

## Analiz IV ÇALIŞMA SORULARI

1) Aşağıda verilen fonksiyonların karşılarında yazılı kısmi türevleri, kısmi türev tanımını kullanarak hesaplayınız.

a)  $f(x,y) = 2xy^2 - 3x^2y + 5xy$        $f_x(1,-2), f_y(1,-2)$

b)  $f(x,y) = x^3 - 2xy^2 + 4x^2 - y^3$        $f_x(1,2), f_y(0,1)$

c)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{x^2+4y^3}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$        $f_{xy}(0,0), f_{yx}(0,0)$

d)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^3-y^3}{x^2+3y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$        $f_{xy}(0,0), f_{yx}(0,0)$

e)  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$        $f_{xy}(0,0), f_{yx}(0,0)$

2) Aşağıdaki fonksiyonların 2. mertebeden kısmi türevlerini hesaplayınız.

a)  $f(x,y) = \ln(e^{y/x} + e^{x/y})$

b)  $f(x,y) = e^x + x \ln y + y \ln x$

c)  $f(x,y) = \cos 3x \cos 4y \sinh(5xy)$

d)  $f(x,y) = \arcsin(\tan \sqrt{\frac{x}{y}})$

3) a)  $f(x,y,z) = z^3 y^2 (\ln x)$       ise       $\frac{\partial^3 f(x,y,z)}{\partial z^2 \partial y \partial x^2} = ?$

b)  $f(x,y) = e^{xy}$       ise       $\frac{\partial^3 f(x,y)}{\partial y \partial x^2} = ?$

$$c) f(x,y,z) = x^4 y^3 z^6 \text{ ise } \frac{\partial^6 f}{\partial y \partial z^2 \partial y \partial x^2} = ?$$

$$d) w = u^2 e^{-6u} + \cos(u^6 - 4u + 1) \text{ ise } \frac{\partial^5 w}{\partial u^2 \partial u^3} = ?$$

4) Aşağıdaki fonksiyonların yollarında verilen denklemleri sağlayıp sağlamadığını gösteriniz.

$$a) u = \ln(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz) \quad , \quad u_x + u_y + u_z = \frac{3}{x+y+z}$$

$$b) u = e^{x+y} (x+y) \quad , \quad u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$$

$$c) w = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{z}{y}} \quad , \quad xw_x + yw_y + zw_z = 0$$

$$5) u = 2x^2y - 3xy^2, \quad v = x^2 - 2y^2, \quad w = \frac{x}{y} \text{ ve}$$

$$f(u,v,w) = u^2 - v^2 + w^2 \text{ ise } \frac{\partial f(2,-3)}{\partial x} \text{ ve } \frac{\partial f(2,-3)}{\partial y}$$

türevlerini hesaplayınız.

$$b) u = x^2 + yz, \quad v = y^2 + xz \text{ ve } f(u,v) = e^{\frac{u}{v}} \text{ ise}$$

$$\frac{\partial f(2,-1,1)}{\partial x} = ? \quad \frac{\partial f(2,-1,1)}{\partial y} = ?$$

$$7) g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x,y) = (x+y, xy) \text{ ve } f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$f(x,y) = (\sin x, x-y, xy) \text{ ise } j_{f \circ g}(x,y) = ?$$

8)  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x,y,z) = (xy+2yz, 2xy^2z)$  ise  $Df = ?$

9)  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x,y,z) = (x^2+yz, \sin(xyz)+z)$  fonksiyonu tanımlanıyor.  $f$  fonksiyonu  $\mathbb{R}^3$  üzerinde neden türelenebilir?  $f$  nin  $(x,y,z) = (-1,0,1)$  noktasında Jacobian matrisini bulunuz.

10)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  ve  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonları sırasıyla  $f(t) = (t, t^2, t^3)$ ,  $g(x,y,z) = x^2 e^{yz}$  şeklinde tanımlansınlar.  $h = g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu için  $Dh(t)$  türevini hesaplayınız.

11) Aşağıdaki fonksiyonların yanlarında verilen noktalardaki ve vektörler yönündeki yönlü türevini hesaplayınız.

a)  $f(x,y,z) = \sin(yz) + \ln(x^2)$   $P_0 = (1,1,\pi)$ ,  $\vec{A} = (1,1,-1)$

b)  $f(x,y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$   $P_0 = (1,0)$   $\vec{A} = (4,3)$

c)  $f(x,y) = \sin(xy)$   $P_0 = (3,1)$ ,  $\vec{A} = (-1,1)$

d)  $f(x,y,z) = x^2yz + xy^2z + xyz^2$ ,  $P_0 = (1,-1,2)$ ,  $\vec{A} = (-3,4,2)$

12) Aşağıdaki fonksiyonların yanlarındaki noktalarda ve  $\theta$  yönündeki yönlü türevlerini bulunuz.

a)  $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ ,  $P_0 = (-3,4)$ ,  $\theta = \frac{\pi}{3}$

b)  $f(x,y) = e^x \cos y$ ,  $P_0 = (1, \frac{\pi}{4})$ ,  $\theta = \frac{\pi}{6}$

c)  $f(x,y) = \sin(2x-3y) - \cos(-2x+3y)$ ,  $P_0 = (\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3})$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$